Universidade Federal da Bahia
Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Estatística
MATF14 - Estatística Econômica I - 2024.2
Professor: Rodney Fonseca

Lista 2 de exercícios

Prazo de entrega: 16/12/2024

- Todas questões terão o mesmo peso para a nota da lista.
- Se as soluções forem escritas à mão, as respostas devem estar escritas à caneta.
- Por favor, mantenha a sua letra legível.
- Justifique todas as suas respostas.

1. Uma variável aleatória X tem distribuição triangular no intervalor $[0,1]$ se a sua função densidade for dada por

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ Cx, & 0 \leq x \leq 1/2, \\ C(1-x), & 1/2 < x \leq 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

   (a) Calcule qual deve ser o valor da constante C.
   (b) Esboçe o gráfico de $f(x)$.
   (c) Calcule $P(X \leq 1/2)$ e $P(1/4 \leq X \leq 3/4)$.

2. Seja $\lambda > 0$. Considere uma variável aleatória X contínua com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

   Nesse caso, dizemos que X segue uma *distribuição exponencial* com parâmetro λ, denotada por $X \sim Exp(\lambda)$. Essa distribuição é bastante aplicada em modelagem de dados positivos.

   (a) Mostre que o valor esperado de X é $1/\lambda$.
   (b) Calcule a fórmula da função de distribuição acumulada de X.
   (c) Qual é a probabilidade de $X > 10$?

3. A mediana de uma variável aleatória contínua com função de distribuição acumulada F é o valor real m tal que $F(m) = 1/2$. Determine a mediana da variável aleatória nos seguintes casos:

   (a) $X \sim Unif(\alpha, \beta)$, em que $\alpha < \beta$;
   (b) $X \sim Exp(\lambda)$.
   (c) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, em que $\mu \in \mathbb{R}$ e $\sigma > 0$;

4. As vendas de determinado produto têm distribuição normal com média de 500 unidades e desvio padrão de 50 unidades. Se a empresa decide fabricar 600 unidades em um mês específico, qual é a probabilidade de que não possa atender a todos os pedidos desse mês por ficar com a produção esgotada?

5. Usando tabelas apropriadas, calcule as probabilidades abaixo.

   (a) $P(-1.65 \leq Z \leq 1.65)$, em que Z segue distribuição normal padrão.
   (b) $P(-2.228 \leq T \leq 2.228)$, em que T segue uma distribuição t-Student com 10 graus de liberdade.

(c) $P(Q > 15,086)$, em que Q segue uma distribuição qui-quadrado com 5 graus de liberdade.

(d) $P(W > 2.4)$, em que $W \sim F_{(15,15)}$.

6. Lançam-se, simultaneamente, uma moeda e um dado.

   (a) Determine o espaço amostral correspondente a esse experimento.

   (b) Obtenha a tabela da distribuição conjunta, considerando X o número de caras no lançamento da moeda e Y o número da face do dado.

   (c) Verifique se X e Y são independentes.

   (d) Calcule $P(X = 2, Y = 3)$, $P(X \geq 0, Y \leq 4)$ e $P(X = 0, Y \geq 1)$.

7. Considere a distribuição conjunta de X e Y dada na tabela abaixo:

Y \ X	1	2	3
0	0,1	0,1	0,1
1	0,2	0	0,3
2	0	0,1	0,1

   (a) Determine as distribuições marginais de X e Y.

   (b) Obtenha as esperanças e variâncias de X e Y.

   (c) Verifique se X e Y são independentes.

   (d) Calcule $P(X = 1|Y = 0)$ e $P(Y = 2|X = 3)$.